

Θέματα Μαθηματικών 4^{ης} Δέσμης 1985

- ZΗΤΗΜΑ1** α) Δίνεται ο πίνακας $A = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 0 \end{bmatrix}$. Να υπολογισθεί ο πίνακας $A^2 - 2A$.
- β) Έστω $\lambda \in \mathbb{R}$ και X ένας πίνακας 2×2 . Να βρεθεί ο X αν
$$X + \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 0 & \lambda \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & -2 \\ 3 & \lambda - 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 9 & -5 \\ 3\lambda & 2(\lambda^2 - 1) \end{bmatrix}.$$
- ZΗΤΗΜΑ2** Δίνεται η συνάρτηση f με $f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x + 1$, $x \in \mathbb{R}$. Να βρεθούν τα διαστήματα μονοτονίας της f και το είδος μονοτονίας σε καθένα από αυτά, καθώς και τα τοπικά μέγιστα και ελάχιστα. Επίσης να βρεθούν τα διαστήματα στα οποία η γραφική παράσταση της f στρέφει
- α) τα κοίλα άνω
β) τα κοίλα κάτω
- Ακόμα να βρεθούν τα ενδεχόμενα σημεία καμπής.
- ZΗΤΗΜΑ3** α) Έστω η συνάρτηση f με πεδίο ορισμού $A \subseteq \mathbb{R}$. Να δώσετε τους παρακάτω ορισμούς:
- i) Πότε η f λέγεται άρτια
ii) Πότε η f λέγεται περιττή
iii) Πότε η f λέγεται περιοδική
iv) Πότε η f λέγεται φραγμένη άνω και
v) Πότε η f λέγεται φραγμένη κάτω
- β) Δίνεται η συνάρτηση f με $f(x) = \frac{3x}{x^2 + 1}$, $x \in \mathbb{R}$. Να βρεθεί το σύνολο τιμών της f .
- ZΗΤΗΜΑ4** α) Έστω f, g συναρτήσεις που ορίζονται στο διάστημα $\Delta \subseteq \mathbb{R}$ και $x_0 \in \Delta$. Αν οι f, g είναι παραγωγίσιμες στο x_0 τότε να αποδειχθεί ότι και η $f+g$ είναι παραγωγίσιμη στο x_0 και είναι
$$(f+g)'(x_0) = f'(x_0) + g'(x_0)$$
- β) Έστω η συνάρτηση f με $f(x) = 2x^2 + x + 3$, $x \in \mathbb{R}$. Να βρεθεί η εξίσωση της εφαπτομένης της γραφικής παράστασης της f στο σημείο $M(0,3)$.