

Θέματα Μαθηματικών 4^{ης} Δέσμης 1987

- ZΗΤΗΜΑ1** A. Έστω η συνάρτηση $f : A \rightarrow B$ όπου $A \subseteq \mathbb{R}$ και $B \subseteq \mathbb{R}$ και $A \neq \emptyset$. Να δώσετε τους παρακάτω ορισμούς
I) Πότε η f λέγεται γνησίως αύξουσα
II) Πότε η f λέγεται γνησίως φθίνουσα
III) Πότε η f λέγεται αύξουσα
IV) Πότε η f λέγεται φθίνουσα
V) Πότε η f λέγεται « συνάρτηση επί »
B. I. Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας που διέρχεται από τα σημεία $A(4,-3)$ και $B(-2,5)$
II. Να βρείτε το $\lambda \in \mathbb{R}$ έτσι ώστε η παραπάνω ευθεία να διέρχεται από το σημείο $\Gamma(-3, 2\lambda - 1)$.
- ZΗΤΗΜΑ2** A. Έστω \bar{x} η μέση τιμή της μεταβλητής X ως προς τη οποία εξετάζουμε ένα δείγμα. Να αποδειχθεί ότι η μέση τιμή \bar{y} της μεταβλητής $Y = \alpha X + \beta$ ($\alpha, \beta \in \mathbb{R}$) είναι $\bar{y} = \alpha \cdot \bar{x} + \beta$.
- B. Να αποδειχθεί ότι
$$\begin{vmatrix} \alpha & \beta + 1 & 1 \\ \beta & \alpha + 1 & 1 \\ \alpha + \beta & 1 & 1 \end{vmatrix} = 0$$
- ZΗΤΗΜΑ3** Να βρεθούν οι τιμές των λ και μ για τις οποίες τα συστήματα :
$$\begin{cases} (2\lambda - 1)x + 10\mu y = 3 \\ 2x + 4y = 5 \end{cases} \quad \text{και} \quad \begin{cases} (\lambda - 2)x - (\mu + 1)y = 7 \\ 3x - 6y = 5 \end{cases} \quad \text{είναι}$$

συγχρόνως αδύνατα.
- ZΗΤΗΜΑ4** A. Να αποδειχθεί ότι αν μια συνάρτηση f είναι παραγωγίσιμη σε ένα σημείο x_0 τότε είναι συνεχής στο σημείο αυτό.
B. Έστω C η γραφική παράσταση της συνάρτησης f με $f(x) = \alpha x^3 + \beta x^2 + 9x - 12$. Να προσδιορίσετε τα $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$ έτσι ώστε το σημείο $A(2, -10)$ να ανήκει στην C και η εφαπτομένη της C και η εφαπτομένη της C στο σημείο A να έχει συντελεστή διεύθυνσεως τον αριθμό -3 .