

## Επαναληπτικό Θέμα στους Μιγαδικούς \*

Μόσχογλου Στυλιανός†

22 Ιουνίου 2008

Δίνεται ότι για τους  $z, w \in \mathbf{C}$ , ισχύει:

$$|w|^3 + 8|z|^3 - 12|wz| + 8 = 0 \quad (1)$$

α) Να βρείτε τον γεωμετρικό τόπο των  $z, w$ .

β) Για  $|w| = 2$  και  $|z| = 1$ , ναδειχθεί ότι:

$$i) 2|Im^2(z) \cdot Re^2(z) + 1 + Im^2(Re(\bar{z}))| \leq 2,5$$

$$ii) |z - w| \leq 3$$

$$iii) |z + 1| + |z^2 + 1| + |z^3 + 1| \geq 2$$

γ) Να βρεθεί ο γεωμετρικός τόπος των μιγαδικών που απέχουν την ελάχιστη δυνατή απόσταση από τους  $w, z$ .

δ) Αν  $z_1, z_2, z_3, z_4$ , ικανοποιούν την (1), τότε ισχύει:

$$|z_1 - z_2| + |z_2 - z_3| + |z_3 - z_4| + |z_4 - z_1| < 6,3$$

---

\*Η δυσκολία του θέματος είναι για 2ο ή και 3ο θέμα για πανελλαδικές εξετάσεις.

†**mostel** on *ischool*