## Δ. Ρυθμοί μεταβολής

Σε πάρα πολλές περιπτώσεις από τα διάφορα προβλήματα θα μας ζητηθεί να βρούμε κάποιους ρυθμούς μεταβολής. Στην πραγματικότητα μπορούμε να βρούμε εύκολα τον ζητούμενο ρυθμό μεταβολής απλά παραγωγίζοντας την συνάρτηση που μας δίνεται ως προς τον χρόνο. Βέβαια αν αυτό φαίνεται ως μια διαδικασία επίπονη και με πιθανότητες λάθους υπάρχουν και οι εναλλακτικές λύσεις:

### *Ρυθμός προσφερόμενης ενέργειας σε σώμα ή σύστημα από εξωτερική δύναμη $\vec{F}$*

$$\frac{dE_{\pi\rho o\sigma\varphi.}}{dt} = \frac{dW_F}{dt} = \frac{Fdx\,\sigma\upsilon\nu\theta}{dt} = F\frac{dx}{dt}\sigma\upsilon\nu\theta \Rightarrow$$

$$\boxed{\frac{dE_{\pi\rho o\sigma\varphi.}}{dt} = F\upsilon\sigma\upsilon\nu\theta},$$

οπότε αν θ=0° ($\vec{F} \uparrow\uparrow \vec{\upsilon}$) η παραπάνω σχέση γίνεται:

$$\boxed{\frac{dE_{\pi\rho o\sigma\varphi.}}{dt} = F\upsilon}$$

### *Ρυθμός προσφερόμενης ενέργειας σε στερεό σώμα ή από ροπή $\vec{\tau}$*

$$\frac{dE_{\pi\rho o\sigma\varphi.}}{dt} = \frac{dW_\tau}{dt} = \frac{\tau d\theta}{dt} = \tau\frac{d\theta}{dt} \Rightarrow$$

$$\boxed{\frac{dE_{\pi\rho o\sigma\varphi.}}{dt} = \tau\cdot\omega}$$

### *Ρυθμός μεταβολής κινητικής ενέργειας ($\frac{dK}{dt}$)*

Σε αυτήν την περίπτωση μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε το ΘΜΚΕ: $\Delta K = W_{\Sigma F}$, οπότε:

$$\frac{dK}{dt} = \frac{dW_{\Sigma F}}{dt} = \frac{\sum F\cdot dx\cdot\sigma\upsilon\nu\theta}{dt} = \sum F\frac{dx}{dt}\sigma\upsilon\nu\theta \Rightarrow$$

$$\boxed{\frac{dK}{dt} = \sum F\cdot\upsilon\cdot\sigma\upsilon\nu\theta}.$$

Αν θ=0° ($\sum\vec{F} \uparrow\uparrow \vec{\upsilon}$): $\boxed{\frac{dK}{dt} = \sum F\cdot\upsilon}$

Αν θ=180° ($\sum\vec{F} \downarrow\uparrow \vec{\upsilon}$): $\boxed{\frac{dK}{dt} = -\sum F\cdot\upsilon}$

Στην περίπτωση που έχουμε στερεό αν αυτό κάνει μόνο περιστροφική κίνηση θα έχουμε: $\boxed{\frac{dK}{dt}=\sum \tau \cdot \omega}$ ή αν κάνει σύνθετη κίνηση $\boxed{\frac{dK}{dt}=\sum \tau \cdot \omega + \sum F \cdot u}$

### *Ρυθμός αναπτυσσόμενης θερμότητας λόγω τριβής ολίσθησης ($\frac{dQ_{\tau\rho}}{dt}$)*

Γνωρίζουμε ότι $Q_{\tau\rho}=|W_{\tau\rho}|$, οπότε:

$$\frac{dQ_{\tau\rho}}{dt}=\frac{|dW_{\tau\rho}|}{dt}=\frac{|-Tdx|}{dt}=T\frac{dx}{dt}\Rightarrow \boxed{\frac{dQ_{\tau\rho}}{dt}=T\upsilon}.$$

### *Ρυθμός μεταβολής βαρυτικής δυναμικής ενέργειας ($\frac{dU_g}{dt}$)*

Το έργο του βάρους ενός σώματος υπολογίζεται και από τη σχέση
$W_B=U_{g(\alpha\rho\chi)}-U_{g(\tau\varepsilon\lambda)}=-(U_{g(\tau\varepsilon\lambda)}-U_{g(\alpha\rho\chi)})\Rightarrow W_B=-\Delta U_g$

Άρα:

$$\frac{dU_g}{dt}=-\frac{dW_B}{dt}=\frac{-mgdy\,\sigma\upsilon\nu\theta}{dt}=-mg\frac{dy}{dt}\sigma\upsilon\nu\theta\Rightarrow$$

$$\boxed{\frac{dU_g}{dt}=-mg\upsilon_y\sigma\upsilon\nu\theta}.$$

Άρα:
κατακόρυφη κίνηση προς τα πάνω θ=180° ($m\vec{g}\downarrow\uparrow\vec{\upsilon}$): $\boxed{\frac{dU_g}{dt}=+mg\upsilon}$
κατακόρυφη κίνηση προς τα κάτω θ=0° ($m\vec{g}\uparrow\uparrow\vec{\upsilon}$): $\boxed{\frac{dU_g}{dt}=-mg\upsilon}$
Στην περίπτωση που δεν έχουμε κατακόρυφες κινήσεις όπως για παράδειγμα όταν ένα σώμα ανεβαίνει ή κατεβαίνει σε ένα κεκλιμένο επίπεδο οι παραπάνω σχέσεις γίνονται: $\boxed{\frac{dU_g}{dt}=+mg\upsilon_y}$ και $\boxed{\frac{dU_g}{dt}=-mg\upsilon_y}$
όπου υy είναι η συνιστώσα της ταχύτητας στη διεύθυνση του βάρους.

*Ρυθμός μεταβολής της έντασης του ρεύματος που διαρρέει το κύκλωμα:* $\frac{di}{dt}$.

Για να υπολογίσουμε τον ρυθμό μεταβολής της έντασης του ηλεκτρικού ρεύματος θα πρέπει να σκεφτούμε ότι για τα ιδανικά πηνία ισχύει:

$$V_L = E_{αυτ} \Rightarrow V_L = -L\frac{di}{dt} \Rightarrow \frac{di}{dt} = -\frac{V_L}{L} \Rightarrow \boxed{\frac{di}{dt} = -\frac{q}{LC}}$$

$$\boxed{\frac{di}{dt} = -\frac{Q}{LC}συνωt}$$

*Ρυθμός μεταβολής της τάσης στα άκρα του πυκνωτή:* $\frac{dV_C}{dt}$.

Γνωρίζουμε ότι

$$V_C = \frac{q}{C} \Rightarrow \frac{dV_C}{dt} = \frac{1}{C}\frac{dq}{dt} \Rightarrow \frac{dV_C}{dt} = \frac{1}{C}i \Rightarrow \boxed{\frac{dV_C}{dt} = \frac{i}{C}}$$

*Ρυθμός μεταβολής ενέργειας του ηλεκτρικού πεδίου:* $\frac{dU_E}{dt}$.

Σύμφωνα με αυτά που έχουν συζητηθεί στην Β' Λυκείου, ο ρυθμός μεταβολής της ενέργειας είναι κάποια ισχύς. Στην συγκεκριμένη περίπτωση είναι η ισχύς στον πυκνωτή. Ισχύει δηλαδή $\boxed{\frac{dU_E}{dt} = P_C = V_C i}$

*Ρυθμός μεταβολής ενέργειας του μαγνητικού πεδίου του πηνίου:* $\frac{dU_B}{dt}$.

Από την ΑΔΕΤ θα έχουμε:

$$E_{ολ} = U_E + U_B \Rightarrow \frac{dE_{ολ}}{dt} = \frac{dU_E}{dt} + \frac{dU_B}{dt} \Rightarrow 0 = \frac{dU_E}{dt} + \frac{dU_B}{dt} \Rightarrow$$

$$\frac{dU_B}{dt} = -\frac{dU_E}{dt} \Rightarrow \boxed{\frac{dU_B}{dt} = -V_C i}$$