

ΘΕΜΑ 3^ο

α. • $0 \leq \ln(x-1) < \ln 3 \Leftrightarrow \ln 1 \leq \ln(x-1) < \ln 3$

και επειδή η συνάρτηση g , με $g(x) = \ln x$ είναι γνησίως αύξουσα

$$1 \leq x-1 < 3 \Leftrightarrow 2 \leq x < 4, \text{ άρα } A = \{2, 3\}$$

• $(x^2 - 5x)(x-1) = -6(x-1) \Leftrightarrow (x^2 - 5x)(x-1) + 6(x-1) = 0 \Leftrightarrow$

$$(x-1)(x^2 - 5x + 6) = 0 \Leftrightarrow x-1 = 0 \text{ ή } x^2 - 5x + 6 = 0 \Leftrightarrow$$

$$x = 1 \text{ ή } x = 2 \text{ ή } x = 3, \text{ άρα } B = \{1, 2, 3\}$$

➤ Είναι $A \subseteq B$ άρα $A - B = \emptyset$ και $P(A - B) = 0$

➤ Είναι $A' = \{1, 4, 5\}$ άρα $B \cup A' = \Omega$ και $P(B \cup A') = 1$

β. Είναι $A' = \{1, 4, 5\}$, $B' = \{4, 5\}$, άρα $A' \cup B' = A'$ και

$$P(A' \cup B') = P(A') = 1 - P(A) = 1 - \frac{1}{4} \Leftrightarrow P(A' \cup B') = \frac{3}{4}$$

γ. Είναι $A \cup X = B$, άρα

$$X = \{1\} = X_1 \text{ ή } X = \{1, 2\} = X_2 \text{ ή } X = \{1, 3\} = X_3 \text{ ή } X = \{1, 2, 3\} = B$$

➤ Είναι $X_1 \subseteq X_2$, $X_1 \subseteq X_3$ και $X_1 \subseteq B$,

$$\text{άρα } \min P(X) = P(X_1) = P(1) = P(B - A) = \frac{1}{8}$$

➤ Επίσης $X_1 \subseteq B$, $X_2 \subseteq B$ και $X_3 \subseteq B$,

$$\text{άρα } \max P(X) = P(B) = P(A) + P(B - A) = \frac{1}{4} + \frac{1}{8} = \frac{3}{8}$$