

$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  με  $f(x) = \frac{x}{1+x^2}$  και οι  $F, G$  με  $F(x) = \int_{\frac{1}{e}}^x f(t) dt$  και η  $G(x) = \int_{\frac{1}{e}}^x \frac{f(t)}{t^2} dt$   
 νδο

α) i) είναι  $f(1/x) = f(x)$  για κάθε  $x \in \mathbb{R}^*$

ii)  $-\frac{1}{8} \leq f'(x) \leq 1$

β) Για τους πραγματικούς αριθμούς  $a, b$  με  $0 < a < b$  ισχύει:  $f(1/b) - f(1/a) \leq b - a$

γ) ο τύπος της συνάρτησης  $g$  με  $g(x) = F(x) + G(x)$ ,  $x > 0$  είναι  $g(x) = \ln x + 1$ ,  $x > 0$

δ) Αν η  $h$  είναι συνεχής στα σημεία  $x_1 = 0$  και  $x_2 = \pi/2$  και  $h(x) = F(\sin x) + G(\cos x)$  με  $0 < x < \pi/2$  τότε είναι σταθερή στο  $\Delta = [0, \pi/2]$  και να βρεθεί η τιμή της.

ε) Το εμβαδόν του χθρίου που ορίζεται από τις γραφικές παραστάσεις των συναρτήσεων  $f$  και  $h$  και την ευθεία  $x=1$ , είναι ίσο με  $1/2$