

Άσκηση 1

Δίνεται η εξίσωση 2^{ου} βαθμού: $z^2 - 2\cos t z + 5 - 4\eta\mu t = 0$, $t \in [0, \pi]$, $z \in \mathbb{C}$

A) Να βρεθούν οι ρίζες z_1, z_2 και ο γεωμετρικός τόπος των εικόνων τους.

B) Να βρεθεί η μέγιστη απόσταση του $|z_1 - z_2|$

Γ) Να βρεθεί η μέγιστη απόσταση του $|z_1 + z_2|$

Άσκηση 2

A) Να λυθεί η εξίσωση $w^2 + w + 1 = 0$

B) Έστω $z_1^2 + z_1 z_2 + z_2^2 = 0$

- i. Να δείξετε ότι: $|z_1| = |z_2|$
- ii. Να δείξετε ότι: $|z_1 + z_2| = |z_1| = |z_2|$
- iii. Αν για κάθε $n \in \mathbb{N}^*$ και $z_1^n + z_2^n \neq 0$

Να δείξετε ότι: $u = \frac{z_1^n - z_2^n}{z_1^n + z_2^n} \in I$